

Obsahy a objemy 8. ročníku

jméno:

třída:

Řešení : sedovamatika.cz

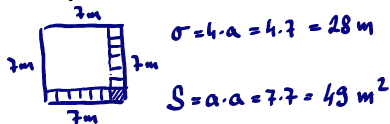
Výpočty:

„Některé z příkladů použité v tomto pdf jsou převzaty z materiálů Cermatu (www.ceremat.cz), které slouží jako příklady pro přijímací zkoušky a testy.“

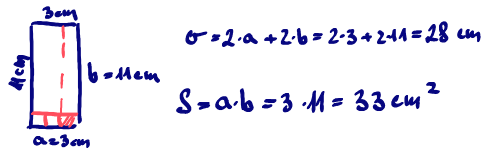
aktualizováno: 13. 9. 2025

Obsahy 1 – Opakování

- 1) Vypočítej obsah a obvod čtverce, který má stranu o délce 7 m.



- 2) Vypočítej obsah a obvod obdélníku se stranami a, b , kde $a = 3 \text{ cm}$, $b = 11 \text{ cm}$.



- 3) Vypočítej (cermat)

$$250 \text{ dm} - 200 \text{ dm} = 50 \text{ dm}$$

$$25 \text{ m} - 200 \text{ dm} = 500 \text{ cm}$$

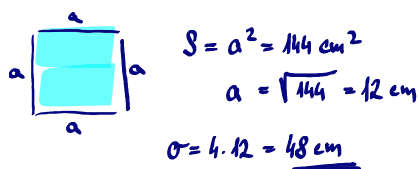
$$3,2 \text{ dm} + 25 \text{ mm} = 34,5 \text{ cm}$$

$$32 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm}$$

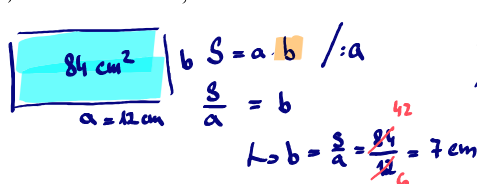
$$750 \text{ cm} - 6 \text{ m} = 15 \text{ dm}$$

$$75 \text{ dm} - 60 \text{ dm}$$

- 4) Vypočítej obvod čtverce, který má obsah 144 cm^2 .



- 4) Vypočítej obvod obdélníku se stranami a, b , kde $a = 12 \text{ cm}$, $S = 84 \text{ cm}^2$.



- 6) Vypočítej (cermat)



$$1,5 \text{ dm}^2 + 75 \text{ mm}^2 = 15075 \text{ mm}^2$$

$$150 \text{ cm}^2 + 7500 \text{ mm}^2$$

$$5 \text{ m}^2 - 200 \text{ cm}^2 = 498 \text{ dm}^2$$

$$500 \text{ dm}^2 - 2 \text{ dm}^2$$

$$4 \text{ m}^2 + 200 \text{ cm}^2 = 4,02 \text{ m}^2$$

$$2 \text{ dm}^2 + 20 \text{ cm}^2$$

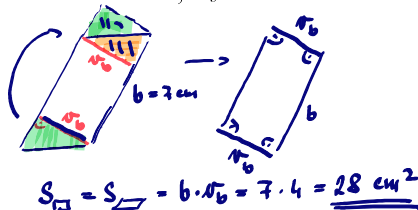
- 7) Jaký je obsah trojúhelníku ABC, kde $a = 5 \text{ cm}$, $v_a = 4 \text{ cm}$?



$$S_{\triangle} = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

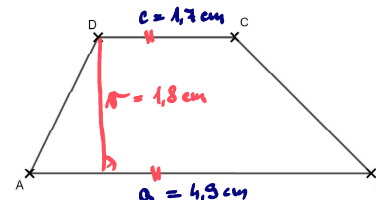
$$S_{\triangle} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \text{ cm}^2$$

- 8) Jaký je obsah kosodélníku ABCD, kde $b = 7 \text{ cm}$, $v_b = 4 \text{ cm}$?

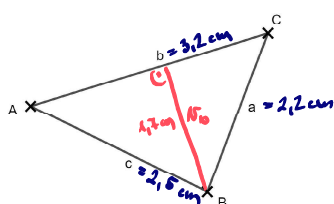


- 9) Změř výšku a vypočítej obsah lichoběžníku ABCD.

$$S_L = \frac{(a+c) \cdot v}{2} = \frac{(4,9 + 1,7) \cdot 1,8}{2} = 5,34 \text{ cm}^2$$



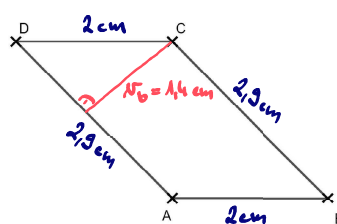
- 10) Změř výšku a vypočítej obsah a obvod trojúhelníku.



$$S = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{3,2 \cdot 1,7}{2} = 2,72 \text{ cm}^2$$

$$\sigma = a + b + c = 2,2 + 3,2 + 2,5 = 7,9 \text{ cm}$$

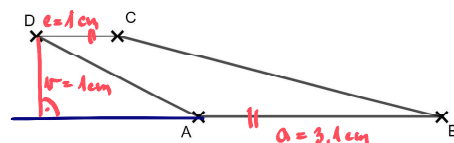
- 11) Změř výšku a vypočítej obsah a obvod kosodélníku.



$$S = b \cdot v_b = 2,9 \cdot 1,4 = 4,06 \text{ cm}^2$$

$$\sigma = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 4 + 5,8 = 9,8 \text{ cm}$$

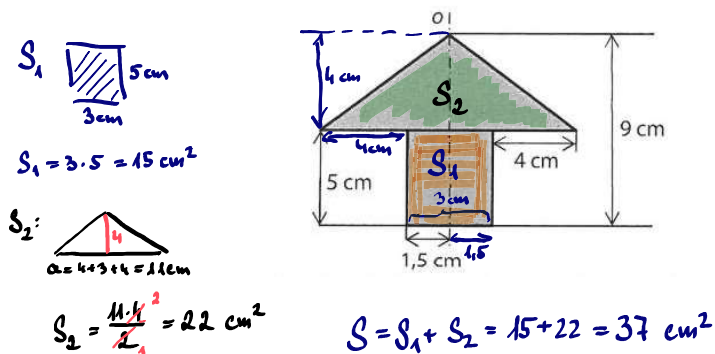
- 12) Změř výšku a vypočítej obsah lichoběžníku ABCD.



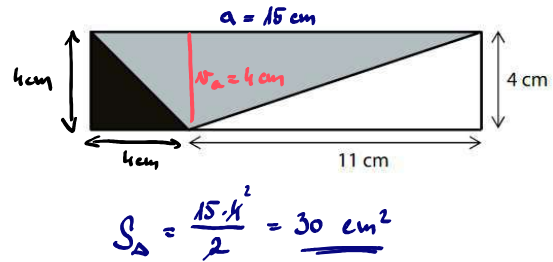
$$S_L = \frac{(a+c) \cdot v}{2} = \frac{(3,1 + 1) \cdot 1}{2} = 2,05 \text{ cm}^2$$

Obsahy 2 – Opakování

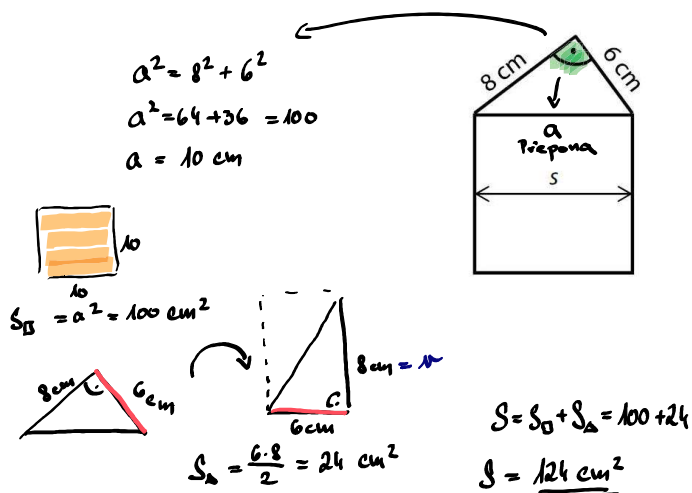
1) Obrazec se skládá z trojúhelníku a obdélníku a je osově souměrný podle osy o . Jaký je obsah obrazce? (cermat)



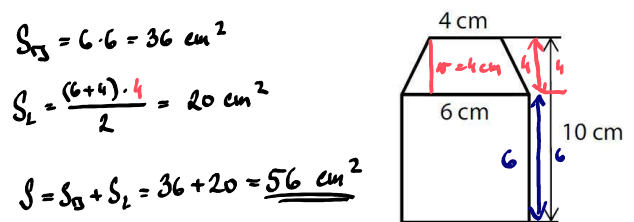
2) Obdélník je složen ze tří trojúhelníků (černý, bílý, šedivý). Černý trojúhelník je rovnoramenný. Bílý má rozměry uvedené na obrázku. Vypočítej obsah šedivého trojúhelníku. (cermat)



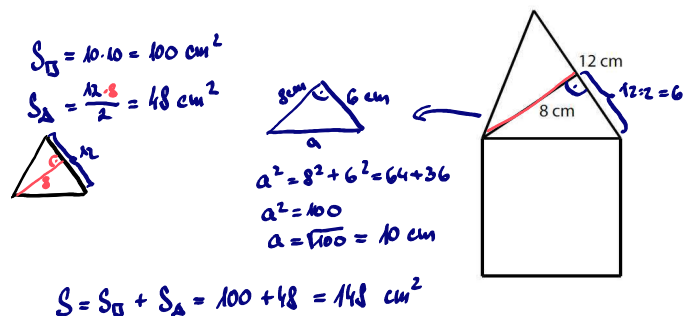
3) Domeček na obrázku je složen ze čtverce a pravoúhlého trojúhelníku. Vypočítej obsah domečku. (cermat)



4) Obrazec je složen ze čtverce a rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny mají délky 6 cm a 4 cm. Výška obrazce je 10 cm. Vypočítej obsah domečku. (cermat)



5) Nakreslený domeček se skládá ze čtverce a rovnoramenného trojúhelníku. Základna rovnoramenného trojúhelníku měří 12 cm a výška na základnu 8 cm. Vypočítej obsah domečku. (cermat)

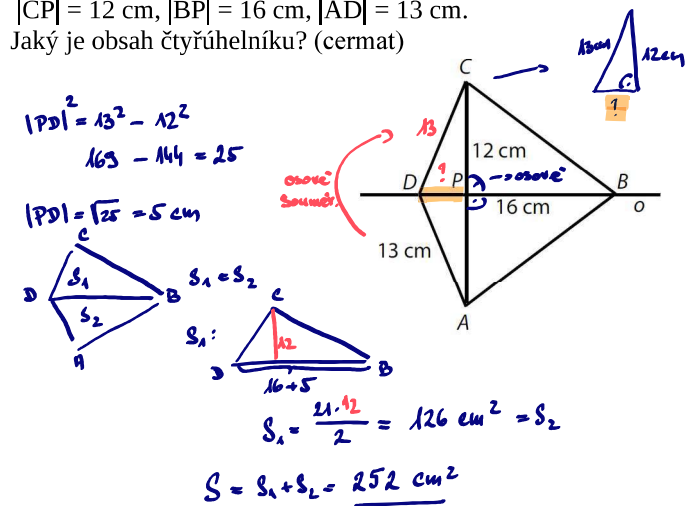


6) Čtyřúhelník ABCD je osově souměrný podle osy o .

Úhlopříčky AC a BD se protínají v bodě P.

$|CP| = 12 \text{ cm}$, $|BP| = 16 \text{ cm}$, $|AD| = 13 \text{ cm}$.

Jaký je obsah čtyřúhelníku? (cermat)

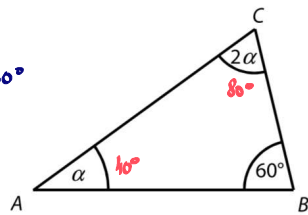


Obsahy 3 – využití rovnic

1) Vypočítej úhel α (alfa). (cermat)

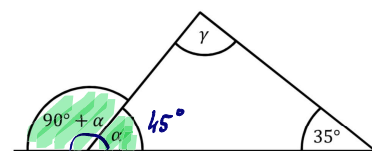
$$\begin{aligned} \alpha + 2\alpha + 60^\circ &= 180^\circ \\ 3\alpha + 60^\circ &= 180^\circ \quad /-60^\circ \\ 3\alpha &= 180^\circ - 60^\circ \\ 3\alpha &= 120^\circ \quad /:3 \\ \alpha &= 40^\circ \end{aligned}$$

$$\sigma: \alpha = 40^\circ$$



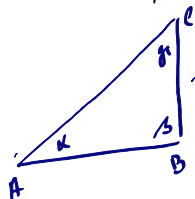
2) Vypočítej úhel γ (gama). (cermat)

$$\begin{aligned} 30^\circ + \alpha + \alpha &= 180^\circ \quad /-30^\circ \\ 2\alpha &= 180^\circ - 30^\circ \\ 2\alpha &= 90^\circ \\ \alpha &= 45^\circ \\ 35^\circ + 45^\circ + \beta &= 180^\circ \\ 80^\circ + \beta &= 180^\circ \quad /-80^\circ \\ \beta &= 180^\circ - 80^\circ \\ \beta &= 100^\circ \end{aligned}$$



$$\sigma: \beta = 100^\circ$$

3) V trojúhelníku má úhel α velikost 36° , úhel β (beta) je dvakrát větší než úhel γ . Určete velikost vnitřních úhlů trojúhelníku.



$$\begin{aligned} \alpha &\dots 36^\circ \quad \dots 36^\circ \\ \beta &\dots 2x \quad \dots 36^\circ \\ \gamma &\dots x \quad \dots 36^\circ \\ x + 2x + 36^\circ &= 180^\circ \quad /-36^\circ \\ 3x &= 180^\circ - 36^\circ \\ 3x &= 144^\circ \quad /:3 \\ x &= 48^\circ \end{aligned}$$

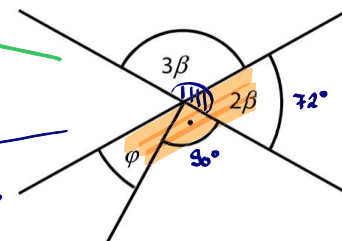
$$\sigma: \alpha = 36^\circ; \beta = 36^\circ; \gamma = 48^\circ$$

4) Vypočítej úhel β (beta) a ϕ (fi). (cermat)

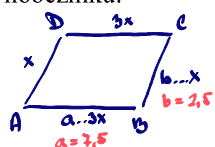
$$\begin{aligned} 3\beta + 2\beta &= 180^\circ \\ 5\beta &= 180^\circ \quad /:5 \\ \beta &= 36^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 72^\circ + 90^\circ + \phi &= 180^\circ \\ 162^\circ + \phi &= 180^\circ \quad /-162^\circ \\ \phi &= 180^\circ - 162^\circ \\ \phi &= 18^\circ \end{aligned}$$

$$\sigma: \phi = 18^\circ$$



5) V rovnoběžníku ABCD je strana AB třikrát delší než strana BC. Obvod rovnoběžníku je 20 cm. Urči délky stran rovnoběžníku.

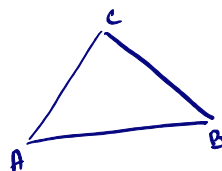


$$\begin{aligned} |BC| &\dots x \\ |AB| &\dots 3x \\ \sigma &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 3x + x + 3x &= 20 \\ 8x &= 20 \quad /:4 \\ 2x &= 5 \quad /:2 \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$$\sigma: \text{Strany jsou } 2,5 \text{ cm a } 7,5 \text{ cm.}$$

6) V trojúhelníku ABC je strana BC o 3 cm delší než strana AC a strana AB je o 2 cm kratší než strana AC. Obvod trojúhelníku je 31 cm. Vypočítejte délky jednotlivých stran.

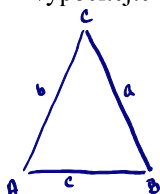


$$\begin{aligned} |AB| &\dots x-2 \quad \dots 8 \text{ cm} \\ |AC| &\dots x \quad \dots 10 \text{ cm} \\ |BC| &\dots x+3 \quad \dots 13 \text{ cm} \\ \sigma &= 31 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-2 + x + x+3 &= 31 \\ 3x+1 &= 31 \quad /-1 \\ 3x &= 31-1 \\ 3x &= 30 \quad /:3 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

$$\sigma: |AB| = 8 \text{ cm}; |AC| = 10 \text{ cm}; |BC| = 13 \text{ cm.}$$

7) V rovnoramenném trojúhelníku je základna o $3,5 \text{ cm}$ kratší než rameno. Obvod trojúhelníku je 58 cm. Vypočítejte délky stran tohoto trojúhelníku.

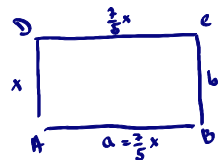


$$\begin{aligned} a &\dots x \quad \dots 20,5 \\ b &\dots x \quad \dots 20,5 \\ c &\dots x-3,5 \quad \dots 17 \\ \sigma &= 58 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + x + x - 3,5 &= 58 \text{ cm} \quad /+3,5 \\ 3x &= 58 + 3,5 \\ 3x &= 61,5 \quad /:3 \\ x &= 20,5 \end{aligned}$$

$$\sigma: \text{Ramena jsou } 20,5 \text{ cm dlouhá a základna } 17 \text{ cm dlouhá}$$

8) Obdélníkový ubrus má jednu stranu o dvě pětiny delší než druhou. Jaké jsou jeho rozměry, pokud má obvod 12 m?



$$\begin{aligned} b &\dots x \\ a &\dots x + \frac{2}{5}x = \frac{7}{5}x \end{aligned}$$

$$\sigma = 12 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} x + \frac{2}{5}x + x + \frac{2}{5}x &= 12 \quad / \cdot 5 \\ 5x + 2x + 5x + 2x &= 60 \\ 14x &= 60 \quad /:14 \\ x &= 2,5 \text{ m} \quad \left(\frac{5}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\sigma: \text{Rozměry ubrusu jsou } 2,5 \text{ m} \times 3,5 \text{ m.}$$

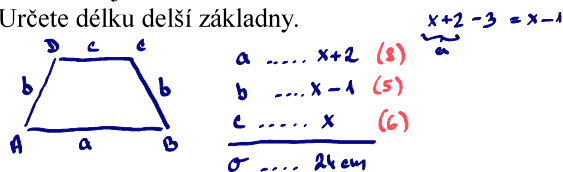
Obsahy 4 – využití rovnic

1) Obvod rovnoramenného lichoběžníku je 24 cm.

Základna a je o 2 cm delší než základna c .

Rameno b je o 3 cm kratší než základna a .

Určete délku delší základny.



$$\sigma = a + b + b + c = 8 + 5 + 5 + 6 = 24 \checkmark$$

$$24 = x + 2 + x - 1 + x - 1 + x$$

$$24 = 4x \quad / :4$$

$$6 = x$$

$$\sigma: \text{základna } a = 8 \text{ cm}$$

3) Jestliže délku strany čtverce zvětšíme o 3 dm,

zvětší se obsah čtverce o 57 dm^2 . Vypočítejte délku strany čtverce.

$$S_1 = a^2$$

$$S_2 = (a+3)^2$$

$$S_2 - S_1 = 57$$

$$(a+3)^2 - a^2 = 57$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 = 57$$

$$6a + 9 = 57$$

$$6a = 57 - 9$$

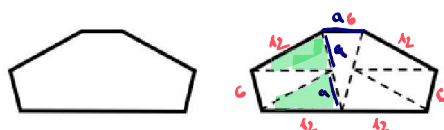
$$6a = 48$$

$$a = 8 \text{ dm}$$

$\sigma: \text{Délka strany } a = 8 \text{ dm}$

5) Obrazec je možné rozstříhat na 7 shodných rovnoramenných trojúhelníků. Obvod jednoho takového trojúhelníku je 30 cm.

Jaký je obvod celého obrazce? (cermat)



$$\sigma = 30 \text{ cm}$$

$$\sigma = a + 2a + 2a = 5a$$

$$5a = 30 \text{ cm} \quad / :5$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$2a = 12 \text{ cm}$$

$$\sigma = 48 + 18 = 66 \text{ cm}$$

$$\sigma: \text{Obvod obrazce je } 66 \text{ cm}$$

3) Čtvercový pozemek má stejný obvod jako obdélníkový

pozemek. Obdélníkový pozemek má jednu stranu o 25 % kratší než čtvercový pozemek a druhou stranu o 10 m delší než čtvercový pozemek. Jakou délku má strana čtvercového pozemku. (cermat)

$$\sigma_1 = 4a$$

$$\sigma_2 = 2a + 2(a+10)$$

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

$$4a = 2a + 2a + 20$$

$$4a = 4a + 20$$

$$0 = 20$$

$\sigma: \text{délka strany je } 40 \text{ m}$

4) Obrazec je tvořen dvěma bílými čtverci a jedním tmavým

čtvercem. Obvod bílého čtverce je dvakrát menší než obvod tmavého čtverce. Obvod celého obrazce je 96 cm. Jaký je obsah celého obrazce? (cermat)

$$\sigma_1 = 4a$$

$$\sigma_2 = 8a$$

$$\sigma_3 = 12a$$

$$\sigma = 4a + 8a + 12a = 24a$$

$$24a = 96$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$S_1 = a^2 = 16$$

$$S_2 = (2a)^2 = 64$$

$$S_3 = (2a)^2 = 64$$

$$S = 16 + 64 + 64 = 144 \text{ cm}^2$$

6) Máme shodné čtverce A a B. Čtverec A je rozdělen na dva

shodné obdélníky, čtverec B na pět shodných obdélníků. Obvod jednoho ze dvou obdélníků ve čtverci A je o 6 cm větší než obvod jednoho z pěti obdélníků ve čtverci B. Jak velkou stranu má čtverec A? (cermat)

$$\sigma_1 = a + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a + a = 3a$$

$$\sigma_2 = a + \frac{a}{5} + \frac{a}{5} + \frac{a}{5} + a = 2a + \frac{3}{5}a$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 + 6 \text{ cm}$$

$$3a = 2a + \frac{3}{5}a + 6$$

$$15a = 10a + 3a + 30$$

$$15a = 13a + 30$$

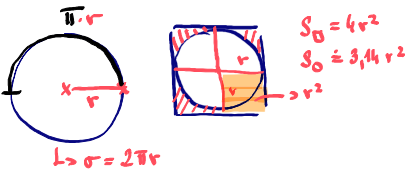
$$2a = 30$$

$$a = 15 \text{ cm}$$

$$\sigma: \text{Čtverec A má stranu } a = 10 \text{ cm}$$

Obsahy 5 – Kruh a kružnice (kalkulačka)

poz: $S = \pi \cdot r^2$ $o = 2 \pi \cdot r$
 $\pi \approx 3,14$



1) Vypočítej obsah a obvod kruhu s poloměrem: $r = 1$ cm.

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 = 6,28 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14 \text{ cm}^2$$

2) Vypočítej obsah a obvod kruhu s poloměrem: $r = 3$ cm.

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$$

3) Vypočítej obsah a obvod kruhu s poloměrem: $r = 6$ m.

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68 \text{ m}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 3,14 \cdot 36 = 113,04 \text{ m}^2$$

4) Vypočítej obsah a obvod kruhu s průměrem: $d = 14$ m.

$$r = d : 2 \quad \downarrow$$

$$r = 7 \text{ m}$$



$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 = 43,96 \text{ m}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 7^2 = 3,14 \cdot 49 = 153,86 \text{ m}^2$$

5) Vypočítej obsah a obvod s průměrem: $d = 9$ dm.

$$r = 4,5 \text{ dm}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4,5 = 28,26 \text{ dm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4,5^2 = 63,59 \text{ dm}^2$$

6) Vypočítej obsah a obvod s průměrem: $d = 2,4$ dm.

$$r = 1,2 \text{ dm}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,2 = 7,54 \text{ dm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1,2^2 = 3,14 \cdot 1,44 = 4,52 \text{ dm}^2$$

7) Vypočítej obvod kruhu s obsahem $S = 314 \text{ m}^2$.

$$S = \pi r^2 \quad / : \pi$$

$$r^2 = \frac{S}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{314}{3,14}} = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 = 62,8 \text{ m}$$

8) Vypočítej obsah kruhu s obvodem $o = 157$ dm.

$$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{157}{2 \cdot 3,14} = 25$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 25^2 = 1962,5 \text{ dm}^2$$

9) Vypočítej obvod kruhu s obsahem $S = 141 \text{ cm}^2$.

$$S = \pi r^2 \quad / : \pi$$

$$r^2 = \frac{S}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{141}{3,14}} \approx 6,7 \text{ cm}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6,7 \approx 42,08 \text{ cm}$$

10) Vypočítej obsah kruhu s obvodem $o = 25,12$ dm.

$$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{25,12}{2 \cdot 3,14} = 4 \text{ dm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 3,14 \cdot 16 = 50,24 \text{ dm}^2$$

11) Vypočítej obvod kruhu s obsahem $S = 18,09 \text{ dm}^2$.

$$S = \pi r^2 \quad / : \pi$$

$$r^2 = \frac{S}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{18,09}{3,14}} \approx 2,4 \text{ dm}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,4 \approx 15,07 \text{ dm}$$

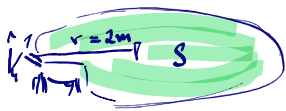
12) Vypočítej obsah kruhu s obvodem $o = 20,7$ cm.

$$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{20,7}{2 \cdot 3,14} \approx 3,3 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3,3^2 \approx 34,12 \text{ cm}^2$$

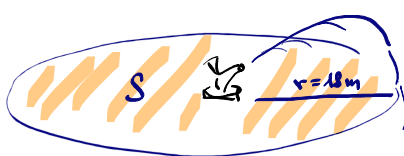
13) Koza je na zahradě uvázána na řetězu dlouhém 2 m. Řetěz je na kolíku, který je zatlučen do země. Urči, jak velkou plochu trávníku může koza spást.



$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ m}^2$$

o : Koza může spást $12,56 \text{ m}^2$

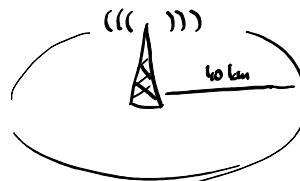
14) Otáčivý zavlažovač má dostřik 18 m. Jakou rozlohu půdy může zavlažovat z jednoho místa?



$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 18^2 = 1017,36 \text{ m}^2$$

o : Ozávlžovač zavlažuje $1017,36 \text{ m}^2$

15) Spolehlivý dosah televizního vysílače je 40 km. Vypočítejte, jakou plochu pokryje kvalitním televizním signálem.

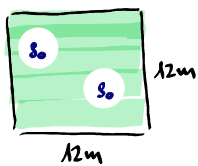


$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 40^2 = 5024 \text{ km}^2$$

o : Vysílač pokryje 5024 km^2

Obsahy 6 - Kruh a kružnice (kalkulačka)

1) Ve čtvercové zahradě s délkou strany 12 m jsou dva kruhové květinové záhony s poloměrem 2 m a zbytek zahrady tvoří tráva. Určete plochu, která je zarostlá trávou.



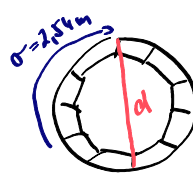
$$S_D = 12 \cdot 12 = 144 \text{ m}^2$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 3,14 \cdot 4 = 12,56$$

$$S_z = S_D - 2 \cdot S_0 = 144 - 2 \cdot 12,56 = 118,88 \text{ m}^2$$

σ : Plocha zarostlá trávou je 118,88 m².

2) Obvod kruhové studny je 2,54 m. Jaký je průměr studny?



$$\sigma = 2\pi r$$

$$d = 2r$$

$$\sigma = \pi d \quad / : \pi$$

$$\frac{\sigma}{\pi} = d$$

$$d = \frac{\sigma}{\pi} = \frac{2,54}{3,14} \approx 0,81 \text{ m}$$

σ : Průměr studny je 0,81 m.

3) Kolo těžní věže má průměr 3 m. O kolik metrů vystoupí klec výtahu, jestliže se kolo otočí stejným směrem 12 krát?



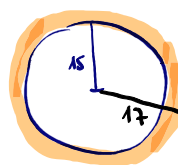
$$\sigma = \pi d$$

$$\sigma = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ m}$$

$$x = 12 \cdot \sigma = 12 \cdot 9,42 = 113,04 \text{ m}$$

σ : Vlek vystoupí o 113,04 m

4) Kruhový bazén s průměrem 3 m je překryt kruhovou plachtou, jejíž poloměr je o 20 cm větší než poloměr bazénu. Vypočítej plochu plachty. $\hookrightarrow 2 \text{ dm}$



$$\hookrightarrow 30 \text{ dm} \rightarrow r = 15 \text{ dm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 17^2 = 907,46 \text{ m}^2$$

σ : Plocha plachty je 907,46 m²

5) Vypočítej poloměr kruhové dráhy, kterou musí atlet proběhnout třikrát, aby uběhl 2 km.

$$3. \text{ kolo} \dots\dots 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}$$

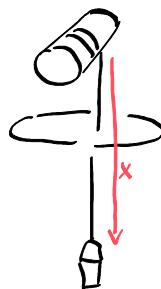
$$1. \text{ kolo} \dots\dots 666,6 \text{ m} = \sigma$$

$$\sigma = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$\hookrightarrow r = \frac{\sigma}{2\pi} = \frac{666,6}{2 \cdot 3,14} \approx 106,16 \text{ m}$$

σ : Poloměr kruhové dráhy je 106,16 m

6) Jak hluboká je studna, jestliže rumpál při spuštění vědra zavěšeného na laně se otočí 18 krát? Průměr rumpálu je 40 cm.



$$x = 18 \cdot \sigma \quad d = 40 \text{ cm} = 4 \text{ dm}$$

$$\sigma = \pi \cdot d = 3,14 \cdot 4 = 12,56 \text{ dm}$$

$$x = 18 \cdot 12,56 = 226,08 \text{ dm}$$

σ : Studna je hluboká 226,08 dm

7) Kolik metrů měděného drátu se namotá v jedné vrstvě na kruhovou cívku o průměru 5 cm, vejde-li se vedle sebe 150 závitů?



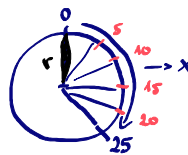
$$x = 150 \cdot \sigma$$

$$\sigma = \pi \cdot d = 3,14 \cdot 5 = 15,7$$

$$x = 150 \cdot 15,7 = 2355 \text{ cm} = 23,55 \text{ m}$$

σ : Namotá se 23,55 m drátu.

8) Jaká je délka dráhy, kterou za 25 minut urazí hrot minutové ručičky 6,6 cm dlouhé?



$$x = \frac{5}{12} \cdot \sigma = \frac{5}{12} \cdot 41,448 = 17,27 \text{ cm}$$

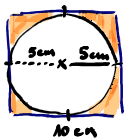
$$r = 6,6 \text{ cm}$$

$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6,6 = 41,448$$

σ : Ručička urazí 17,27 cm

Obsahy 7 - Kruh a kružnice (kalkulačka)

1) Do čtverce je vepsán kruh s poloměrem 5 cm. O kolik čtverečných centimetrů je obsah čtverce větší než obsah kruhu?



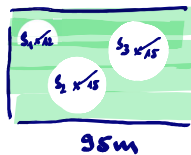
$$S_{\square} = a \cdot a = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$S_o = \pi r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$S = S_{\square} - S_o = 100 - 78,5 = 21,5 \text{ cm}^2$$

Č: Čtverec je větší o $21,5 \text{ cm}^2$

2) Na obdélníkovém poli s rozměry 95 m a 40 m jsou tři kruhové postřikovače, dva s dostřikem 15 m, jeden s dostřikem 12 m. Kolik procent výměry pole je zavlažováno, jestliže se zavlažovací kruhy nepřekrývají?



$$S_p = 40 \cdot 95 = 3800 \text{ m}^2$$

$$S_1 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 12^2 = 452,16 \text{ m}^2$$

$$S_2 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 15^2 = 706,5 \text{ m}^2$$

$$S_3 = 706,5 \text{ m}^2$$

$$S_z = S_1 + S_2 + S_3 = 1865,16 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{l} \uparrow 100\% \dots\dots 3800 \text{ m}^2 \\ x\% \dots\dots 1865,16 \text{ m}^2 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} \text{celé pole} \\ \end{array} \right)$$

$$\frac{x}{100} = \frac{1865,16}{3800} \rightarrow x = \frac{1865,16}{3800} \cdot 100 = 49,1\%$$

Č: Zavlažováno je 49,1%

3) Jsou dány dvě soustředné kružnice. Průměr menší z nich je 6 cm, průměr větší je 8 cm. Urči obsah vzniklého mezikruží.



$$r_1 = 3 \text{ cm} \quad r_2 = 4 \text{ cm}$$

$$S = S_v - S_m$$

$$S_v = \pi r_2^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$S_m = \pi r_1^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$$

$$S = S_v - S_m = 50,24 - 28,26 = 21,98 \text{ cm}^2$$

Č: Obsah mezikruží je $21,98 \text{ cm}^2$

4) Vypočítej plochu mezikruží dvou soustředných kružnic, jejichž poloměry jsou 14 cm a 60 mm.



$$r_1 = 14 \text{ cm} \quad r_2 = 60 \text{ mm}$$

$$S = S_v - S_m$$

$$S_v = \pi r_2^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi = 113,04 \text{ cm}^2$$

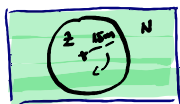
$$S_m = \pi r_1^2 = \pi \cdot 14^2 = 196\pi = 615,44 \text{ cm}^2$$

$$S = S_v - S_m = 113,04 - 615,44 = -502,4 \text{ cm}^2$$

$$S = S_o - S_m = 615,44 - 113,04 = 502,4 \text{ cm}^2$$

Č: Obsah mezikruží je $502,4 \text{ cm}^2$

5) Uprostřed obdélníkové zahrady s rozměry 32m a 37m stojí postřikovač, který má dostřik 15 m. Kolik % zahrady není zavlažováno?



$$S_{\square} = 32 \cdot 37 = 1184 \text{ m}^2$$

$$S_o = \pi r^2 = 3,14 \cdot 15^2 = 706,5 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{l} \uparrow 1184 \text{ m}^2 \dots\dots 100\% \uparrow \\ \uparrow 706,5 \text{ m}^2 \dots\dots x \uparrow \end{array}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{706,5}{1184}$$

$$\rightarrow x = \frac{706,5}{1184} \cdot 100 = 59,67\%$$

Nezav.

$$100\% - 59,67\% = 40,33\%$$

Č: Není zavlažováno 40,33% zahrady

6) Poloměr kola je 50 cm. Kolikrát se otočí za 5 minut, jestliže ujede 12 km za hodinu?

$$r = 50 \text{ cm}$$

$$v = 12 \text{ km/h}$$

$$t = 5 \text{ min} = \frac{5}{60} \text{ h} = \frac{1}{12} \text{ h}$$

$$S = 12 \cdot \frac{1}{12} = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$\begin{array}{l} \uparrow 60 \text{ min} \dots\dots 12 \text{ km} \uparrow \\ 5 \text{ min} \dots\dots x \end{array}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{5}{60}$$

$$x = \frac{5}{60} \cdot 12 = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$



$$O = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ cm} = 3,14 \text{ m}$$

$$1000 : 3,14 = 318,47$$

Č: Kolo se otočí 318 krát

Obsahy 8 - Kruh a kružnice (kalkulačka)

1) Pás plechu 40 cm je stočen do roury a svařen. Jaký je průměr roury, zanedbáme-li tloušťku sváru?

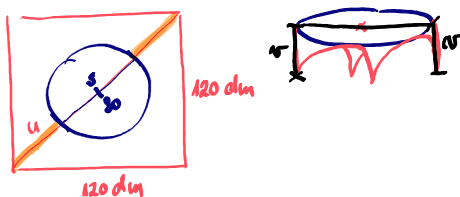


$$\sigma = \pi \cdot d / \pi$$

$$L = d = \frac{40}{3,14} \approx 12,74 \text{ cm}$$

σ : Průměr roury je 12,73 cm.

2) Kruhový stůl s průměrem 80 cm je pokryt čtvercovým ubrusem s délkou strany 1,2 m. O co výše nad zemí je střed ubrusu než jeho rohy?



$$U_2 = 120^2 + 120^2 = 14\,400 + 14\,400$$

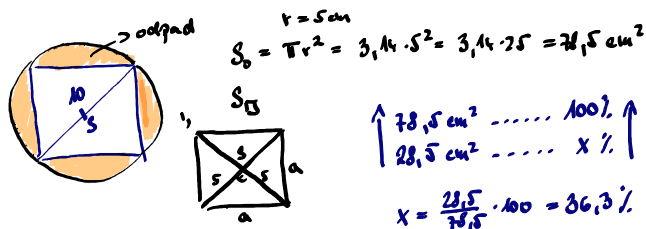
$$U_2 = \sqrt{28\,800} = 169,71 \text{ cm}$$

$$- 80$$

$$89,71 \text{ cm} : 2 = 44,85 \text{ cm}$$

σ : Střed je o 45 cm výše než rohy ubrusu.

3) Z kruhové desky o průměru 10 cm se vyřízne co největší čtverec. Kolik % činí odpad?



$$S_B = \pi r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 3,14 \cdot 25 = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{l} 78,5 \text{ cm}^2 \dots\dots 100\% \uparrow \\ 28,5 \text{ cm}^2 \dots\dots x\% \uparrow \\ x = \frac{28,5}{78,5} \cdot 100 = 36,3\% \end{array}$$

$$a^2 = s^2 + s^2$$

$$a^2 = 25 + 25 = 50$$

$$S_B = a^2 = 50 \text{ cm}^2$$

Namusíme zjednodušit

$$S_{\text{odp}} = 78,5 - 50 = 28,5 \text{ cm}^2$$

σ : Odpad je 36,3%.

4) Z plastové podložky tvaru čtverce se má vyrazit kruh s obsahem 19 dm². Vypočítejte délku strany nejmenšího čtverce, ze kterého je možno tuto podložku vyrazit s co nejmenším odpadem. Kolik procent tvoří odpad?



$$S = 19 \text{ dm}^2$$

$$S = \pi r^2 / \pi$$

$$\rightarrow r^2 = \frac{S}{\pi} \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{19}{3,14}} = 2,46 \text{ dm}$$

$$a = 2 \cdot 2,46 = 4,92$$

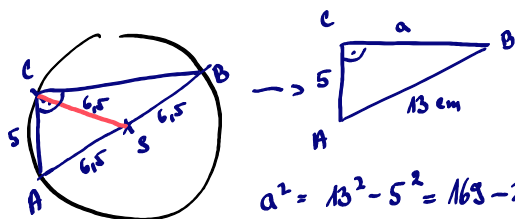
$$S_B = a^2 = 4,92^2 = 24,2 \text{ dm}^2$$

$$S_{\text{odp}} = S_B - S_0 = 24,2 - 19 = 5,2 \text{ dm}^2$$

$$\begin{array}{l} \uparrow 100\% \dots\dots 24,2 \uparrow \\ x\% \dots\dots 5,2 \end{array} \rightarrow x = \frac{5,2}{24,2} \cdot 100 = 21,48\%$$

σ : Odpad činí 21,48%.

5) Do kružnice o poloměru 6,5 cm je vepsán pravoúhlý trojúhelník ABC. Urči velikost strany CB, jestliže AC = 5 cm. Strana AB je průměr kružnice.

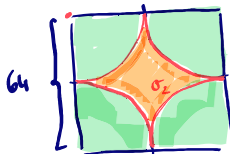


$$a^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$a = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

σ : Strana CB měří 12 cm

6) Je dán čtverec ABCD se stranou 64 mm. V každém vrcholu čtverce byla sestrojena kružnice o poloměru 32 mm. Uvnitř čtverce pak vznikl obrazec. Urči obvod a obsah obrazce.



$$\sigma_1 = \sigma_2$$

$$S = S_B - S_0$$

$$S = 4096 - 3215,36 = 880,64 \text{ mm}^2$$

σ : Obvod obrazce je 200,96 mm a obsah je 880,64 mm².

Obsahy 9 - Kruh a kružnice

1) Ornament je složen z jednoho čtverce a čtyř tmavých půlkruhů. Obsah čtverce je 4 cm^2 . Vypočtěte v cm^2 obsah jednoho tmavého půlkruhu (cermat).

$$S_B = 4 \text{ cm}^2 = a^2$$

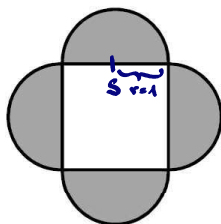
$$a = \sqrt{4} = 2 \text{ cm}$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14$$

Polovina kruhu:

$$3,14 : 2 = 1,57$$

O: Obsah jednoho půlkruhu je $1,57 \text{ cm}^2$



2) Délka strany čtverce je 6 cm. Část čtverce je zakryta tmavým kruhem, který má s každou stranou čtverce právě jeden společný bod (K, L, M, N). Vypočtěte, o kolik cm^2 je obsah čtverce větší než obsah tmavého kruhu. (cermat)

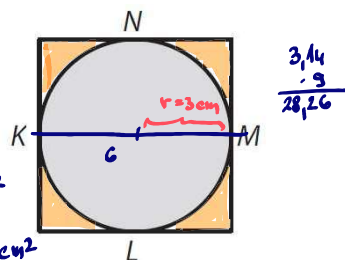
$$S = S_0 - S_0$$

$$S_0 = a^2 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 3,14 \cdot 9 = 28,26 \text{ cm}^2$$

$$S = 36 - 28,26 \text{ cm}^2 = 7,74 \text{ cm}^2$$

O: Čtverec je větší o $7,74 \text{ cm}^2$.

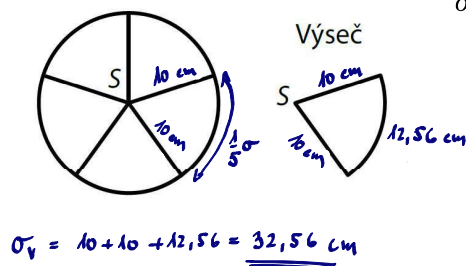


3) Papír tvaru kruhu se středem S a poloměrem 10 cm byl rozstříhán na 5 shodných výsečí dle obrázku. Jaký je obvod jedné výseče? (cermat)

$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 10$$

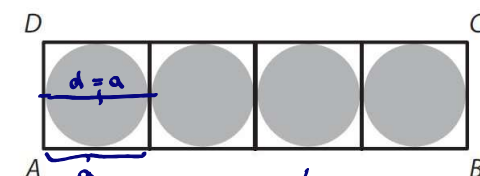
$$\frac{\sigma}{5} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^2}{5} = 12,56$$

$$\frac{3,14}{12,56} \cdot 4$$



$$\sigma_v = 10 + 10 + 12,56 = 32,56 \text{ cm}$$

4) Obdélník ABCD je možné rozdělit na čtyři shodné čtverce v jedné řadě. V každém čtverci je tmavý kruh, který se dotýká všech stran tohoto čtverce. Obvod jednoho tmavého kruhu je $\sigma = \pi \cdot 9 \text{ cm}$. Jaký je obvod obdélníku ABCD? (cermat)



$$\sigma = 9\pi$$

$$\sigma = \pi d \quad / : \pi$$

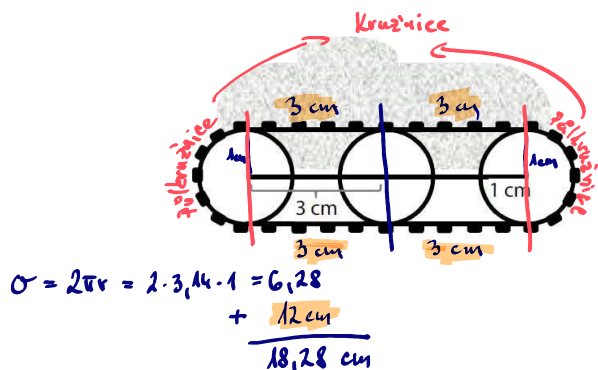
$$d = \sigma : \pi = 9\pi : \pi = 9 \text{ cm}$$

$$9 \begin{matrix} 4 \cdot 9 = 36 \\ 4 \cdot 9 = 36 \end{matrix}$$

$$\sigma = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 36 = 18 + 72 = 90 \text{ cm}$$

Obvod obdélníku ABCD je 90 cm.

5) Poloměr koleček u modelu tanku je 1 cm. Vzdálenost středů koleček je 3 cm. Jak dlouhý je pás? (cermat)



$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 = 6,28$$

$$+ 12 \text{ cm}$$

$$18,28 \text{ cm}$$

O: Délka pásu je 18,28 cm

6) Vypočítej obsah šedé části, pokud obvod kružnice je 20π . Úhlopříčka čtverce BD jde přes střed kružnice a body E a F leží ve středu stran čtverce. (cermat)

$$\sigma = 20\pi$$

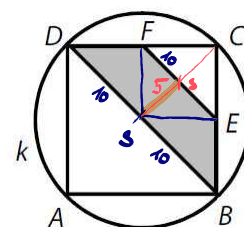
$$\sigma = \pi d \quad / : \pi$$

$$d = \sigma : \pi = \frac{20\pi}{\pi} = 20 \text{ cm}$$



$$S_1 = \frac{(20+10) \cdot 5}{2} = \frac{30 \cdot 5}{2} = 75 \text{ cm}^2$$

O: Obsah šedé části je 75 cm^2 .



Objemy 1 - Opakování

1) Doplňte číslo za rovná se. (cermat)

$$1,2 \text{ dm}^3 + 0,1 \text{ dm}^3 = 1,3 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ liter} - 0,2 \text{ dm}^3 = 800 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 - 50 \text{ liter} = 950 \text{ liter}$$

$$0,054 \text{ hl} - 40 \text{ dl} = 1400 \text{ cm}^3 \text{ (ne)}$$

$$5,4 \text{ l} = 5400 \text{ ml}$$

2) Vypočítejte, kolik litrů vody se celkem vejde do prázdného bazénu o objemu 50 m^3 .

$$50 \text{ m}^3 = 50\,000 \text{ dm}^3 = 50\,000 \text{ l}$$

O: Do bazénu se vejde 50 000 l

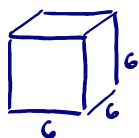
3) Vypočítejte, kolikrát menší je objem 120 hl než objem 60 m^3 . (cermat)

$$120 \text{ hl} = 12\,000 \text{ l} = 12\,000 \text{ dm}^3 = 12 \text{ m}^3$$

$$60 : 12 = 5$$

O: pětkrát menší

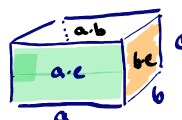
4) Jaký je objem a povrch krychle o hraně 6 cm?



$$V = a^3 = 6^3 = 36 \cdot 6 = 216 \text{ cm}^3$$

$$S = 6 \times \text{stěna} = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ cm}^2$$

5) Jaký je objem a povrch kvádru o rozměrech $a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$?



$$V = a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 \text{ cm}^3$$

$$S = 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot b$$

$$2 \cdot (a \cdot c + b \cdot c + a \cdot b)$$

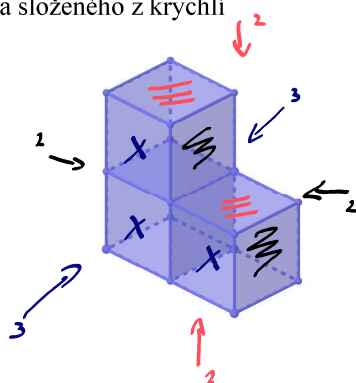
$$S = 2 \cdot 6 \cdot 4 + 2 \cdot 5 \cdot 4 + 2 \cdot 6 \cdot 5 = 48 + 40 + 60 = 148 \text{ cm}^2$$

6) Vypočítej povrch a objem tělesa složeného z krychlí s hranou $a = 3 \text{ cm}$.

$$V_1 = a^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^3$$

$$V_3 = 3 \cdot 27 = 81 \text{ cm}^3$$

počet krychlí
objem krychle



$$6 + 4 + 4 = 14 \text{ stěn}$$

$$S_1 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$S_r = 14 \cdot 9 = 126 \text{ cm}^2$$

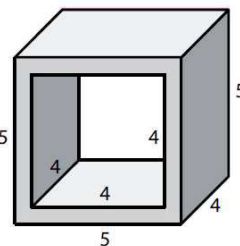
počet stěn obsah stěny

7) Do dřevěného kvádru s rozměry 5 cm, 4 cm a 5 cm byl vyřezán otvor skrz naskrz ve tvaru krychle s hranou délky 4 cm. Jaký je objem kvádru? (cermat)

$$V_v = 5 \cdot 4 \cdot 5 = 100 \text{ cm}^3$$

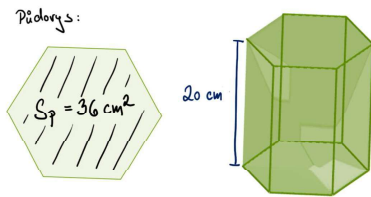
$$V_m = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \text{ cm}^3$$

$$V_r = V_v - V_m = 100 - 64 = 36 \text{ cm}^3$$



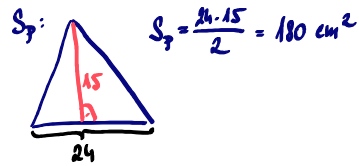
Objem 2 - Hranol

1) Vypočítej objem pravidelného šestibokého hranolu. Údaje najdeš v obrázku.

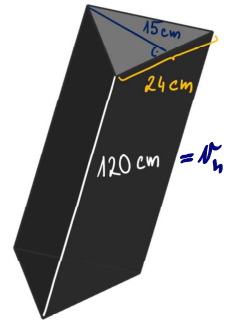


$$V = S_p \cdot \pi_h = 36 \cdot 20 = \underline{\underline{720 \text{ cm}^3}}$$

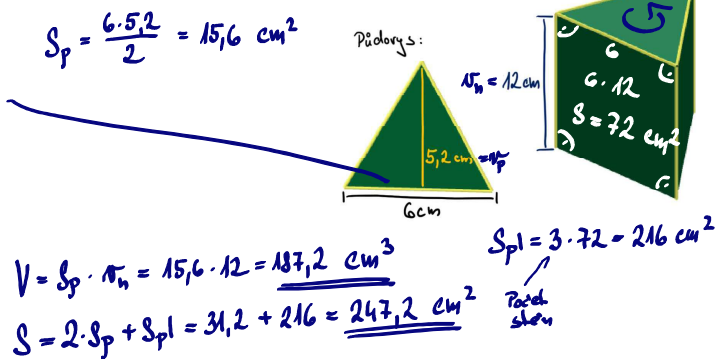
2) Vypočítej objem trojbokého hranolu. Údaje najdeš v obrázku.



$$V = S_p \cdot \pi_h = 180 \cdot 120 = \underline{\underline{21600 \text{ cm}^3}}$$



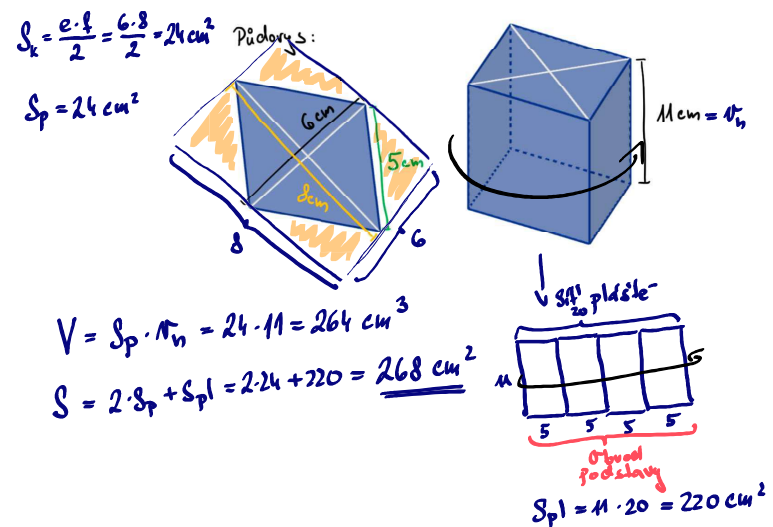
3) Vypočítej objem a povrch pravidelného trojbokého hranolu. Údaje najdeš v obrázku.



$$V = S_p \cdot \pi_h = 15.6 \cdot 12 = \underline{\underline{187.2 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 31.2 + 216 = \underline{\underline{247.2 \text{ cm}^2}}$$

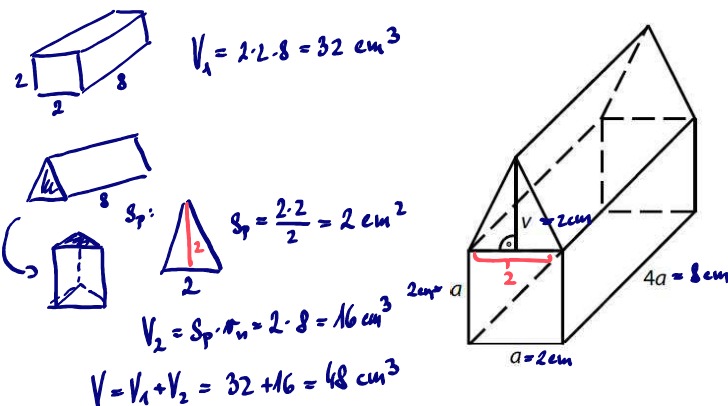
4) Vypočítej povrch a objem čtyřbokého hranolu s podstavou kosočtverce. Údaje najdeš v obrázku. (úhlopříčky 6 cm, 8 cm)



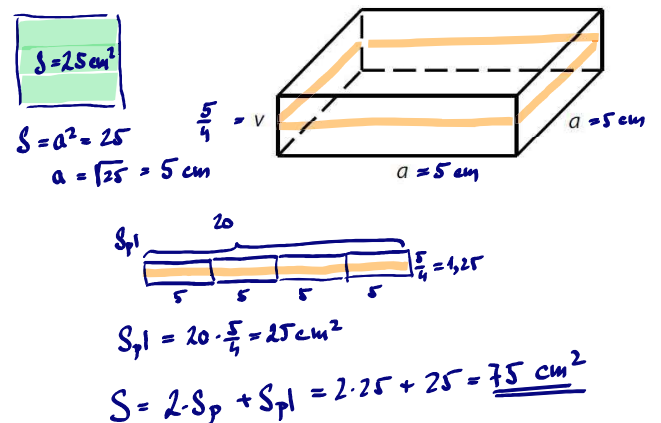
$$V = S_p \cdot \pi_h = 24 \cdot 11 = \underline{\underline{264 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot 24 + 220 = \underline{\underline{268 \text{ cm}^2}}$$

5) Dřevěný domeček se skládá ze dvou kolmých hranolů. Platí: $a = v = 2 \text{ cm}$. Jaký je objem domečku? (cermat)

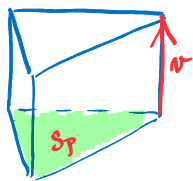


6) Kvádr má čtvercovou podstavu. Obsah podstavy je 25 cm^2 . Výška kvádra je 4 krát kratší než hrana a . Jaký je povrch kvádra? (cermat)



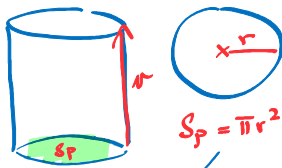
Objem 3 - Povrch a objem válce (kalkulačka)

1) Vypočítej objem trojbokého hranolu.
 $S_p = 20 \text{ cm}^2$, $v_h = 5 \text{ cm}$. (opakování)



$$V = S_p \cdot v = 20 \cdot 5 = \underline{\underline{100 \text{ cm}^3}}$$

2) Vypočítej objem válce, kde
 $r = 2 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$.



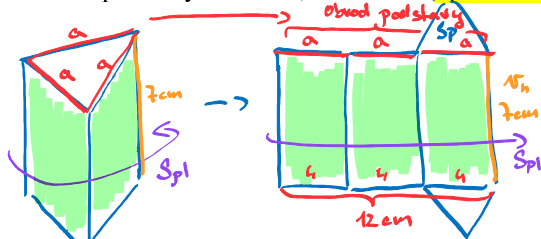
$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v$$

$$V = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 5 = \underline{\underline{62,8 \text{ cm}^3}}$$

3) Vypočítej objem válce, kde
 $r = 7 \text{ dm}$, $v = 11 \text{ dm}$.

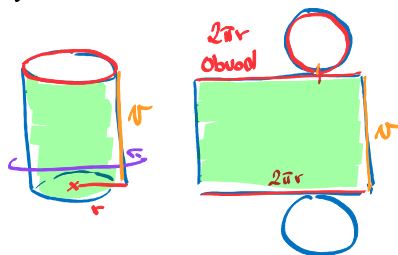
$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 7^2 \cdot 11 = \underline{\underline{1632,46 \text{ dm}^3}}$$

4) Vypočítej plášť pravidelného trojbokého hranolu s hranou podstavy $a = 4 \text{ cm}$, $v_h = 7 \text{ cm}$. (opakování)



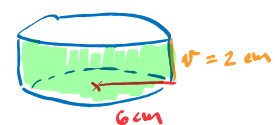
$$S_{pl} = O_p \cdot v_h = 12 \cdot 7 = \underline{\underline{84 \text{ cm}^2}}$$

5) Vypočítej plášť válce s poloměrem podstavy $r = 3 \text{ dm}$ a výškou válce $v = 6 \text{ dm}$.



$$S_{pl} = O_p \cdot v = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 6 = \underline{\underline{113,04 \text{ dm}^2}}$$

6) Vypočítej obsah podstavy, obsah pláště, povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 6 \text{ cm}$ a výška válce $v = 2 \text{ cm}$.

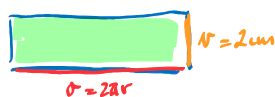


$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^2}}$$

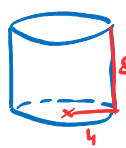
$$V = S_p \cdot v = 113,04 \cdot 2 = \underline{\underline{226,08 \text{ cm}^3}}$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{\underline{75,36 \text{ cm}^2}}$$

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 75,36 + 2 \cdot 113,04 = \underline{\underline{301,44 \text{ cm}^2}}$$



7) Vypočítej obsah podstavy, obsah pláště, povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 4 \text{ m}$ a výška válce $v = 8 \text{ m}$.



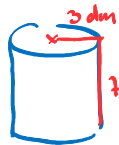
$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = \underline{\underline{50,24 \text{ m}^2}}$$

$$V = \underbrace{\pi r^2}_{S_p} \cdot v = 50,24 \cdot 8 = \underline{\underline{401,92 \text{ m}^3}}$$

$$S_{pl} = O_p \cdot v = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 8 = \underline{\underline{200,96 \text{ m}^2}}$$

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 200,96 + 2 \cdot 50,24 = \underline{\underline{301,44 \text{ m}^2}}$$

8) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 3 \text{ dm}$ a výška válce $v = 7 \text{ dm}$.



$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = \underline{\underline{28,26 \text{ dm}^2}}$$

$$V = S_p \cdot v = 28,26 \cdot 7 = \underline{\underline{197,82 \text{ dm}^3}}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

Najdete v tabulkách

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 2\pi r \cdot v + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi r \cdot (v + r)$$

$$S = 2\pi r \cdot (v + r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (7 + 3) = \underline{\underline{188,4 \text{ dm}^2}}$$

9) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 9 \text{ cm}$ a výška válce $v = 11 \text{ cm}$.

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 9^2 \cdot 11 = \underline{\underline{2797,74 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (v + r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot (11 + 9) = \underline{\underline{1130,4 \text{ cm}^2}}$$

Objem 4 - Povrch a objem válce (kalkulačka)

$$V = S_p \cdot v = \pi \cdot r^2 \cdot v \quad S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot \pi r^2 + 2 \pi r v = 2 \pi r (r + v)$$

1) Vypočítej povrch a objem válce, kde průměr podstavy $d = 10$ m a výška válce $v = 7$ m.

$$L \rightarrow r = 5 \text{ m}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 7 = \underline{\underline{543,5 \text{ m}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot (5 + 7) = \underline{\underline{376,8 \text{ m}^2}}$$

2) Vypočítej povrch a objem válce, kde průměr podstavy $d = 5,4$ m a výška válce $v = 3,2$ m.

$$L \rightarrow 2,7 \text{ m} = r$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 2,7^2 \cdot 3,2 = \underline{\underline{73,25 \text{ m}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,7 \cdot (2,7 + 3,2) = \underline{\underline{100,04 \text{ m}^2}}$$

3) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 3$ dm a výška válce $v = 0,5$ dm.

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 0,5 = \underline{\underline{14,3 \text{ dm}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (3 + 0,5) = \underline{\underline{65,94 \text{ dm}^2}}$$

4) Vypočítej povrch a objem válce, kde $d = v = 12$ cm.

$$L \rightarrow r = 6 \text{ cm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 6^2 \cdot 12 = \underline{\underline{1356,48 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot (6 + 12) = \underline{\underline{678,24 \text{ cm}^2}}$$

5) Vypočítej výšku válce, kde objem $V = 769,3 \text{ cm}^3$ a poloměr $r = 7$ cm.

$$1) S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 7^2 = 153,86$$

$$V = S_p \cdot v \quad / : S_p$$

$$v = \frac{V}{S_p} = \frac{769,3}{153,86} = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

$$2) V = \pi r^2 \cdot v \quad / : \pi r^2$$

$$L \rightarrow v = \frac{V}{\pi r^2} = 5 \text{ cm}$$

6) Vypočítej poloměr válce, kde objem $V = 552,64 \text{ dm}^3$ a výška $v = 11$ cm

$$1) V = S_p \cdot v \quad / : v$$

$$L \rightarrow S_p = \frac{V}{v} = 50,24 \text{ dm}^2$$

$$S_p = \pi r^2 \quad / : \pi$$

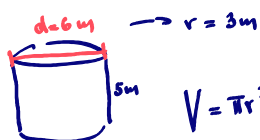
$$L \rightarrow r^2 = \frac{S_p}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S_p}{\pi}} = \sqrt{\frac{50,24}{3,14}} = \sqrt{16} = \underline{\underline{4 \text{ dm}}}$$

$$2) V = \pi r^2 \cdot v \quad / : \pi v$$

$$L \rightarrow r^2 = \frac{V}{\pi v} \rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi v}} = \sqrt{\frac{552,64}{3,14 \cdot 11}} = \underline{\underline{4 \text{ dm}}}$$

7) Silo tvaru válce má průměr 6 m a výšku 5 m. Kolik takových sil je třeba na uskladnění 500 m³ siláže?



$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 5 = 141,3 \text{ m}^3$$

$$500 : 141,3 \approx 3,5$$

O: Potřebují minimálně čtyři.

8) Hrníček na kávu má obsah podstavy 25 cm². Jakou musí mít výšku, aby se do něj vešlo 0,25 litru kávy? Kávu budeme nalévat 1 cm pod okraj.

$$L \rightarrow 0,25 \text{ dm}^3 = 250 \text{ cm}^3$$



$$V = S_p \cdot v \quad / : S_p$$

$$L \rightarrow v = \frac{V}{S_p} = \frac{250}{25} = 10 \text{ cm}$$

O: Hrníček je vysoký 11 cm.

Objem 5 - Povrch a objem koule (kalkulačka)

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



1) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 3$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^2}}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^3}}$$

2) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 5$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 5^2 = 314 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 5^3 = 523,33 \text{ cm}^3$$

3) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 7$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 7^2 = 615,44 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 7^3 = 1436,03 \text{ cm}^3$$

4) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 11$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 11^2 = 1519,76 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 11^3 = 5572,45 \text{ cm}^3$$

5) Vypočítej objem koule, když povrch koule $S = 452,16 \text{ dm}^2$.

$$\begin{aligned} S &= 452,16 \text{ dm}^2 \\ S &= 4\pi r^2 \quad / : 4\pi \\ \frac{S}{4\pi} &= r^2 \\ r &= \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{452,16}{4 \cdot 3,14}} = \sqrt{36} = 6 \text{ dm} \end{aligned}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6^3 = 304,32 \text{ dm}^3$$

II) V nouzi !

$$\begin{aligned} S &= 4\pi r^2 \rightarrow 452,16 = 4 \cdot 3,14 \cdot r^2 \\ 452,16 &= 12,56 r^2 \quad / : 12,56 \\ 36 &= r^2 \\ 6 &= r \end{aligned}$$

6) Vypočítej povrch koule, kde objem $V = 267,95 \text{ m}^3$.

$$\begin{aligned} V &= 267,95 \\ V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \quad / : 3 \\ 3V &= 4\pi r^3 \quad / : 4\pi \\ \frac{3V}{4\pi} &= r^3 \\ r &= \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 4 \text{ m} \end{aligned}$$

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2 = \underline{\underline{200,96 \text{ m}^2}}$$

II, Nouze !

$$\begin{aligned} 267,95 &= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot r^3 \quad / : 3 \\ 803,85 &= 12,56 \cdot r^3 \quad / : 12,56 \\ 64 &= r^3 \\ 4 \text{ m} &= r \end{aligned}$$

7) Dárkový obchod ve vědeckém muzeu prodává lízátko, která jsou vyrobena tak, aby vypadala jako planety. Každé z lízátek má tvar koule a jeho poloměr je 12 mm. Jaký je objem lízátko?



$$r = 12 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 12^3 = 7234,56 \text{ mm}^3 \\ &\downarrow \\ &7,2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

O: Objem lízátko je $7,2 \text{ cm}^3$

8) Děti postavily na zahradě sněhuláka ze 3 koulí (bez ručiček). Spodní koule měla průměr 6 dm, prostřední koule průměr 4 dm a horní koule průměr 2 dm. Kolik dm^3 sněhu děti na stavbu sněhuláka potřebovaly?



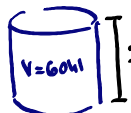
Poloměrem !

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1^3 = 4,19 \text{ dm}^3 \\ &\rightarrow V_2 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 2^3 = 33,49 \text{ dm}^3 \\ &\rightarrow V_3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 = 113,04 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$V = 150,72 \text{ dm}^3$$

Objem 6 - Válec (kalkulačka)

- 1) Válcová nádrž pojme 60 hl vody a je hluboká 2,5 m. Vypočítej průměr nádrže.



$$V = 6000 \text{ dm}^3$$

$$h = 2,5 \text{ m}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h \quad / : \pi h$$

$$\frac{V}{\pi h} = r^2$$

$$\hookrightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{6000}{3,14 \cdot 2,5}} \approx 8,74$$

$$d \approx 17,49 \text{ dm}$$

O: Průměr nádrže je 17,49 dm.

- 2) Sládek Bečka plní pivo do padesátilitrových sudů ve tvaru válce. Hladina piva v sudu je ve výšce 44 cm. Jaký je poloměr podstavy sudu? Uveďte v centimetrech.



$$V = 50 \text{ dm}^3 = 50000 \text{ cm}^3$$

$$h = 44 \text{ cm}$$

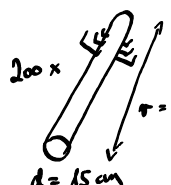
$$V = \pi r^2 \cdot h \quad / : \pi h$$

$$\frac{V}{\pi h} = r^2$$

$$\hookrightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{50000}{3,14 \cdot 44}} \approx 19,02 \text{ cm}$$

O: Poloměr sudu je 19,02 cm.

- 3) Jaký objem dřeva bylo potřeba na výrobu 200 telegrafních sloupů vysokých 6 m, jejichž průměr je 15 cm?



$$h = 600 \text{ cm} \quad r = 7,5 \text{ cm}$$

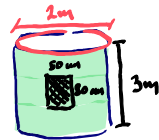
$$V_1 = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 7,5^2 \cdot 600 = 1059375 \text{ cm}^3$$

$$V_{200} = 200 \cdot V_1 = 211875000 \text{ cm}^3$$

$$\approx 21,2 \text{ m}^3$$

O: Bude zapotřebí 21,2 m³.

- 4) Sloup na lepení plakátů má průměr 2 m a výšku 3 m. Je na něm nalepen plakát ve tvaru obdélníku o rozměrech 50 cm a 80 cm. Kolik volné, tedy nepolepené plochy z pláště sloupu zbývá?



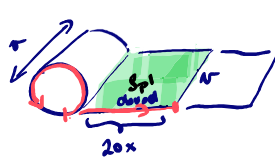
$$S_{pl} = \pi d \cdot h = 3,14 \cdot 2 \cdot 3 = 18,84 \text{ m}^2$$

$$S_D = 50 \cdot 80 = 4000 \text{ cm}^2 = 40 \text{ dm}^2 = 0,4 \text{ m}^2$$

$$S_n = S_{pl} - S_D = 18,84 - 0,4 = 18,44 \text{ m}^2$$

O: Nepolepená plocha je 18,44 m².

- 5) Jak velkou plochu jsme uválcovali válcem o průměru 40 cm a šířce 1,5 m, když se válec otočil celkem 20krát?



$$d = 40 \text{ cm} \Rightarrow r = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$$

$$h = 1,5 \text{ m} = 15 \text{ dm}$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot h = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 15 = 188,4 \text{ dm}^2$$

$$S_n = 20 \cdot S_{pl} = 3768 \text{ dm}^2 = 37,68 \text{ m}^2$$

O: Uválcovali jsme 37,68 m².

- 6) Kolik plechu je potřeba na výrobu sudu tvaru válce vysokého 100 cm o průměru podstavy 60 cm? Kolik se do tohoto sudu vejde vody? (sud má víko).



$$h = 100 \text{ cm} = 10 \text{ dm}$$

$$d = 60 \text{ cm} \Rightarrow r = 30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 10 = 282,6 \text{ dm}^3 = 282,6 \text{ l}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + h) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (3 + 10) = 244,92 \text{ dm}^2$$

O: Na sud s objemem 282,6 l potřebujeme 244,92 dm² plechu.

Objem 7 - Válec (kalkulačka)

1) Kolik dm^2 plechu je potřeba na výrobu okapu ve tvaru poloviny válce o poloměru 1 dm a délce 5 m?



$$S_1 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14 \text{ m}^2$$

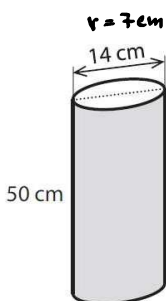
$$S_2 = \frac{S_{\text{pl}}}{2} = \frac{2\pi r \cdot l}{2} = \pi r \cdot l = 3,14 \cdot 1 \cdot 5 = 15,7 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{ok}} = S_1 + S_2 = 160,14 \text{ m}^2$$

$$2) S_{\text{ok}} = \frac{S}{2} = \frac{2\pi r \cdot (r + l)}{2} = \pi r \cdot (r + l) = 3,14 \cdot 1 \cdot (1 + 50) = 160,14 \text{ m}^2$$

O: Plechu na okap potřebu je $160,14 \text{ m}^2$

3) Škrabací sloupek pro kočky má tvar rotačního válce. Válec má výšku 50 cm a jeho podstava má průměr 14 cm. Obě podstavy jsou bílé, plášť válce je šedý. Vypočítejte povrch válce. (cermat)



$$S = 2 \cdot S_p + S_{\text{pl}} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

$$= 2\pi r \cdot (r + h) = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot (7 + 50)$$

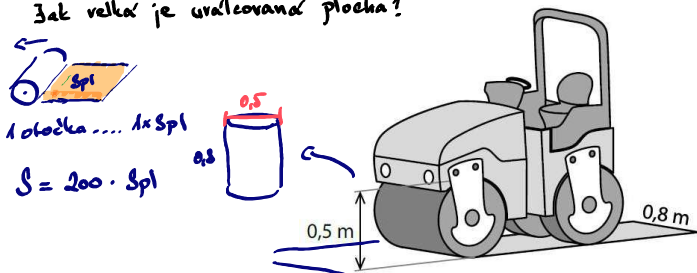
$$= 2505,72 \text{ cm}^2$$

$$\approx 25,06 \text{ dm}^2$$

O: Povrch válce je $25,06 \text{ dm}^2$

5) Válcovací stroj se pohyboval v přímém směru vpřed. Jeho přední rotační válec vykonal při tomto pohybu 200 otáček (bez prokluzu). Přední rotační válec má průměr podstavy 0,5 m a zanechává za sebou uvalcovaný pás široký 0,8 m. (cermat)

Jak velká je uvalcovaná plocha?



$$S_{\text{pl}} = \pi d \cdot r = 3,14 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 1,256 \text{ m}^2$$

$$S = 200 \cdot S_{\text{pl}} = 251,2 \text{ m}^2$$

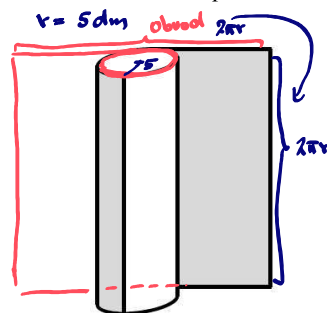
O: Uvalcovaná plocha je $251,2 \text{ m}^2$

2) Reklamní plochu pro vylepování plakátů tvoří plášť rotačního válce. Podstava válce má poloměr 50 cm. Plakát, který přesně pokryje celou reklamní plochu, má tvar čtverce. Jakou plochu má plakát? (cermat)

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ dm}$$

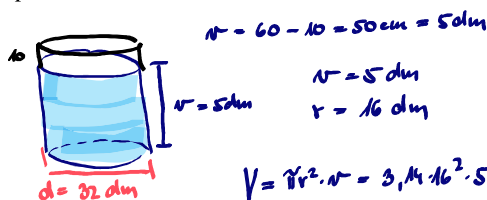
$$S_{\text{pl}} = 31,4 \cdot 31,4 = 985,96 \text{ dm}^2$$

$$\approx 9,86 \text{ m}^2$$



O: Plakát má plochu $9,86 \text{ m}^2$

4) Vodní nádrž má tvar válce s průměrem podstavy 3,2 m a je hluboká 60 cm. Za jak dlouho se naplní 10 cm pod okraj, jestliže přitéká 1 litr za sekundu?



$$h = 60 - 10 = 50 \text{ cm} = 5 \text{ dm}$$

$$r = 1,6 \text{ dm}$$

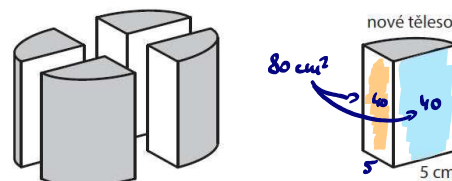
$$V = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 1,6^2 \cdot 5 = 4019,2 \text{ l}$$

$$= 4019,2 \text{ l}$$

$$4019,2 : 60 \approx 67 \text{ min}$$

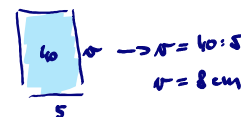
O: Nádrž se naplní za 67 minut.

6) Rotační válec s podstavou o poloměru 5 cm je rozdělen na čtyři shodná nová tělesa podle obrázku. Povrch válce byl šedý (včetně podstav), ale všechny nové plochy vytvořené rozříznutím jsou bílé. Součet obsahů obou bílých ploch na jednom z nových těles je 80 cm^2 . Jaký je objem jednoho z nových těles? (cermat)



$$V = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 8 = 628 \text{ cm}^3$$

O: Objem tělesa je 628 cm^3



Objem 8 – Válec (bez kalkulačky)

- Tip! : Pokud se vyplatí počítej v jednotkách π .

1) Skleněné těžítka má tvar rotačního válce s poloměrem podstavy 10 cm a výškou 12 cm. Vnější část těžítka je z čírého skla, uvnitř je část z modrého skla, která má tvar rotačního válce, a to s poloměrem podstavy 5 cm a výškou 8 cm. Vypočítej objem čírého skla. (cermat)

$$V_1: r_1 = 10 \text{ cm} \\ h_1 = 12 \text{ cm}$$

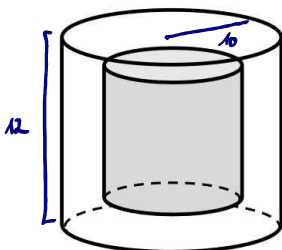
$$V_1 = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 12 = 1200\pi \text{ cm}^3$$

$$V_2: r = 5 \text{ cm} \\ h = 8 \text{ cm}$$

$$V_2 = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 8 = 200\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cs}} = V_1 - V_2 = 1200\pi - 200\pi = 1000\pi = 1000 \cdot 3,14 = 3140 \text{ cm}^3$$

O: Objem čírého skla je 3140 cm^3



3) Kolem kruhového záhonu o poloměru 4 m má být vysypána pískem cesta o šířce 100 cm. Výška vrstvy písku je 10 cm. Kolik m^3 písku budeme potřebovat?

Diagram showing a circular garden bed with radius 4 m and a surrounding path with width 1 m. The path is represented as a cylindrical shell with height 0.1 m.

Velký válec V_1

$$V_p = V_1 - V_2$$

$$V_1 = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 0,1 = 2,5\pi$$

$$V_2 = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 0,1 = 1,6\pi$$

$$V_p = V_1 - V_2 = 2,5\pi - 1,6\pi = 0,9\pi = 2,826 \text{ m}^3$$

O: Písku potřebyujeme $2,83 \text{ m}^3$

5) Dort tvaru válce jsme rozdělili svislým řezem na dvě stejné poloviny. Plocha řezu dortu má obsah 200 cm^2 a tvoří ji obdélník, který lze rozdělit na dva čtverce podle obrázku. Vypočítej v cm^3 objem celého dortu. (cermat)



$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 10 = 3,14 \cdot 100 \cdot 10 = 3140 \text{ cm}^3$$

O: Objem dortu je 3140 cm^3

2) Penál má tvar rotačního válce. Poloměr podstavy válce je 5 cm a výška válce 20 cm. Obě podstavy válce jsou bílé a plášť válce je tmavý. Kolikrát větší je obsah pláště válce než obsah jedné podstavy? (cermat)

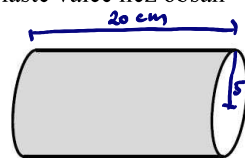
$$S_p = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 5 \cdot 20 = 200\pi$$

$$S_{pl} : S_p = 200\pi : 25\pi = 8x$$

Kolikrát je podstava větší do pláště

O: Plášť je 8x větší



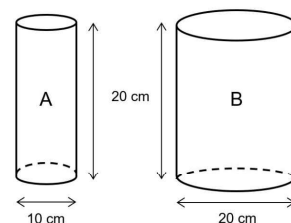
4) Dvě válcové nádoby A a B mají stejnou výšku $h = 20 \text{ cm}$. Nádoba A má průměr podstavy $d_1 = 10 \text{ cm}$, nádoba B má průměr podstavy $d_2 = 20 \text{ cm}$. Kolikrát je nádoba B větší než nádoba A? Počítejte objem v jednotkách π . (cermat)

$$V_A = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 20 = 500\pi$$

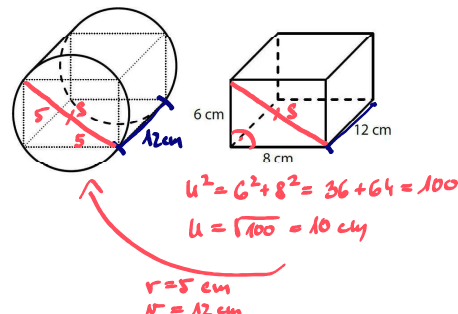
$$V_B = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2000\pi$$

$$2000\pi : 500\pi = 4$$

O: Nádoba A je 4x menší.



6) Rotační válec má výšku 12 cm. Odstraněním čtyř částí vytvoříme z tohoto válce kvádr s rozměry 8 cm, 6 cm a 12 cm. Všechny hrany kvádru leží na povrchu válce. Vypočítej objem válce. (cermat)



$$\frac{314}{3} = 342$$

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 3,14 \cdot 25 \cdot 12 = 3,14 \cdot 300 = 942 \text{ cm}^3$$

O: Objem válce je 942 cm^3